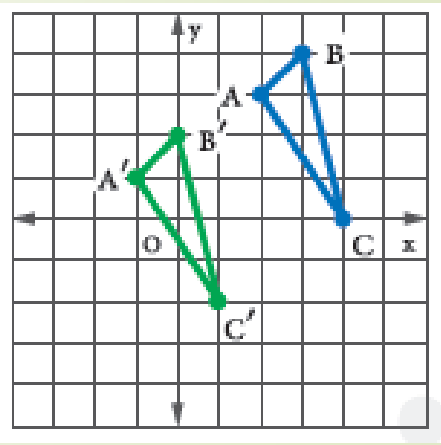
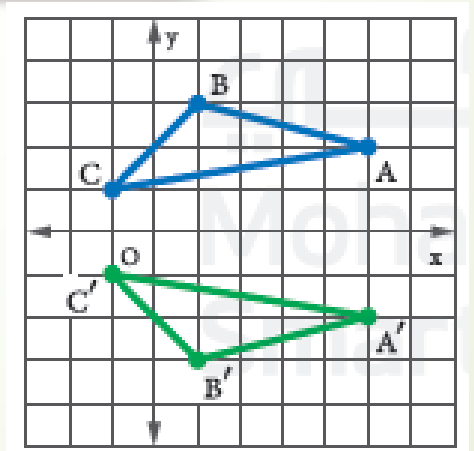
الوحدة السادسة

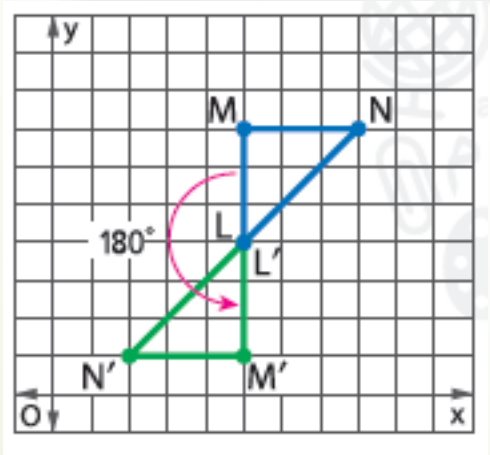
التحويلات



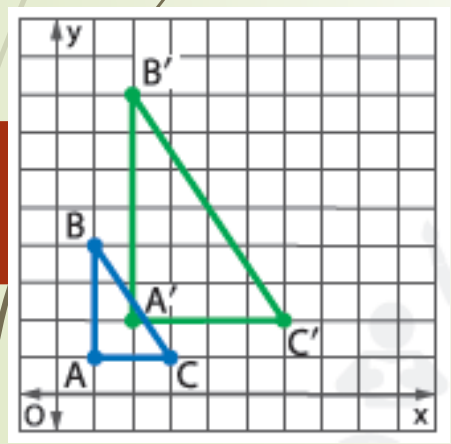
الإزاحة



الانعكاس



الدوران



تغيير الأبعاد

صفحة 475

الدرس 3

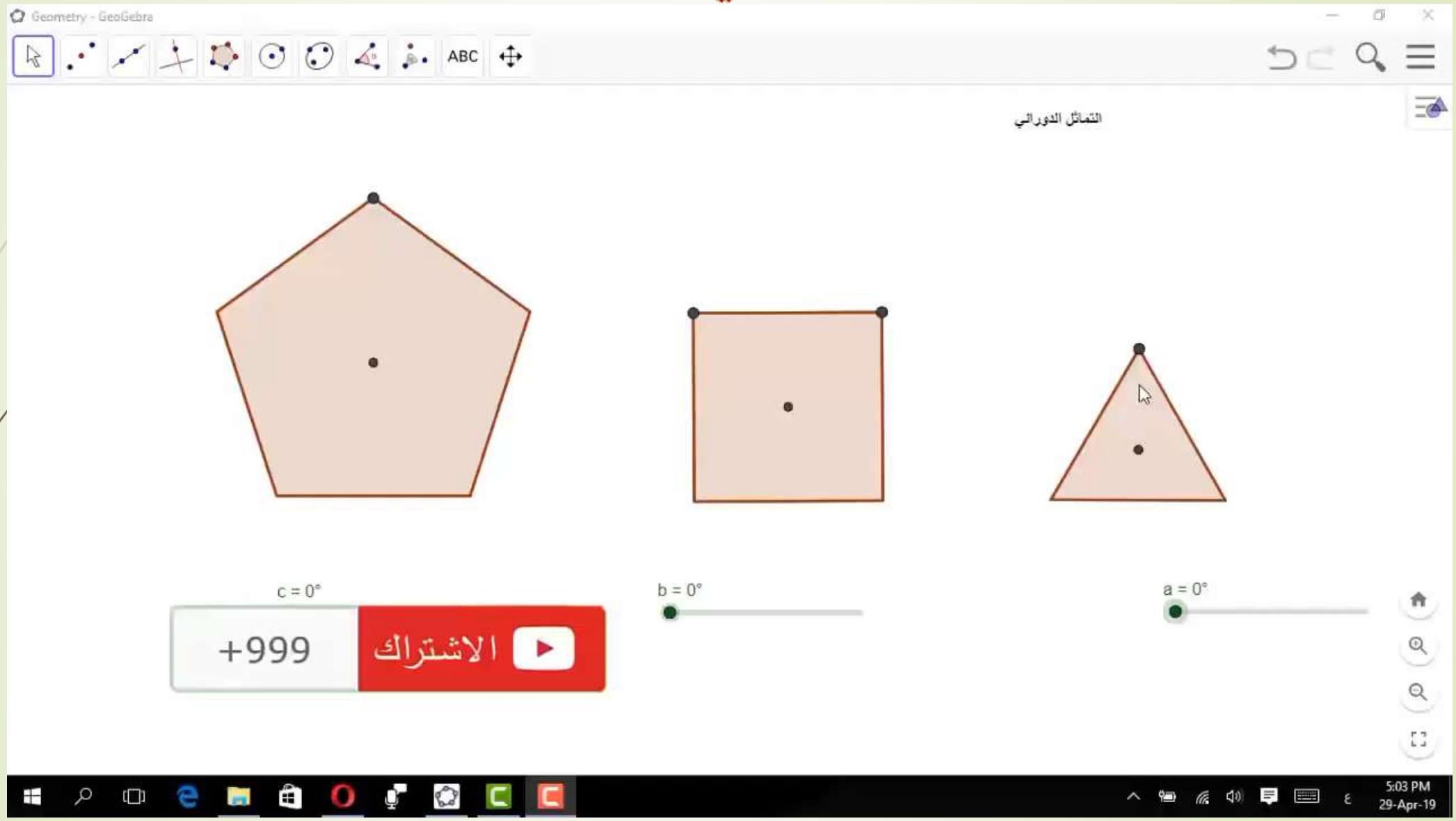
الدوران

سوف نتعلم :

1

- تمثيل الدوران بيانيًا على المستوي الإحداثي

نتعرف على التماثل الدوراني من خلال هذا الفيديو



استكشاف

تعاون مع زميلك. حدّد إذا كان الشكل يتمتع بتماثلٍ دوراني. اكتب نعم أو لا.

1.

نعم

2.

لا

3.

نعم

الربط بالحياة اليومية

صفحة 475

الجوائز يدوّر ماجد عجلة الجوائز المعروضة أدناه.

1. ويمكن أن يتم التدوير *باتجاه عقارب الساعة* أو *بعكس اتجاه عقارب الساعة*. عرّف هاتين الكلمتين بكلماتٍ من عندك.

باتجاه عقارب الساعة **الدوران إلى اليمين**

بعكس اتجاه عقارب الساعة **الدوران إلى اليسار**

2. إذا دار المقطع المرقّم 8 في الجزء الأيسر من العجلة بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة، فأين سيستقر؟ **13**

3. إذا قام أحد المقاطع المرقّمة 4 بثلاث دوراتٍ كاملةٍ بعكس اتجاه عقارب الساعة. فكم درجةً سيكون قد عبر؟ $360 \times 3 = 1080$ °

الربط بالحياة اليومية

صفحة 475

4. هل هناك أي نقاطٍ تبقى ثابتةً على العجلة دون أن تتحرك أثناء حركة العجلة. وإن كان ذلك، فما هي تلك النقاط؟

نعم ، يوجد نقطة ثابتة وهي : مركز القرص (مركز الدائرة)

5. هل يتغير مركز العجلة إذا تم تدويرها بعكس اتجاه عقارب الساعة بدلاً من اتجاه عقارب الساعة؟

لا يتغير .

6. هل تتغير المسافة من المركز إلى الحافة مع دوران العجلة؟ اشرح

لا تتغير المسافة من المركز إلى الحافة أثناء دوران العجلة .

هذه المسافة الثابتة هي نصف قطر الدائرة .

دوران شكلٍ حول نقطة

صفحة 476

الدوران

- هو تَحَوّلٌ يتم فيه تدوير شكلٍ حول نقطة ثابتة .

مركز الدوران

- هو النقطة الثابتة .

ملاحظة (1)

- لا تغير عملية الدوران قياس الشكل أو شكله .

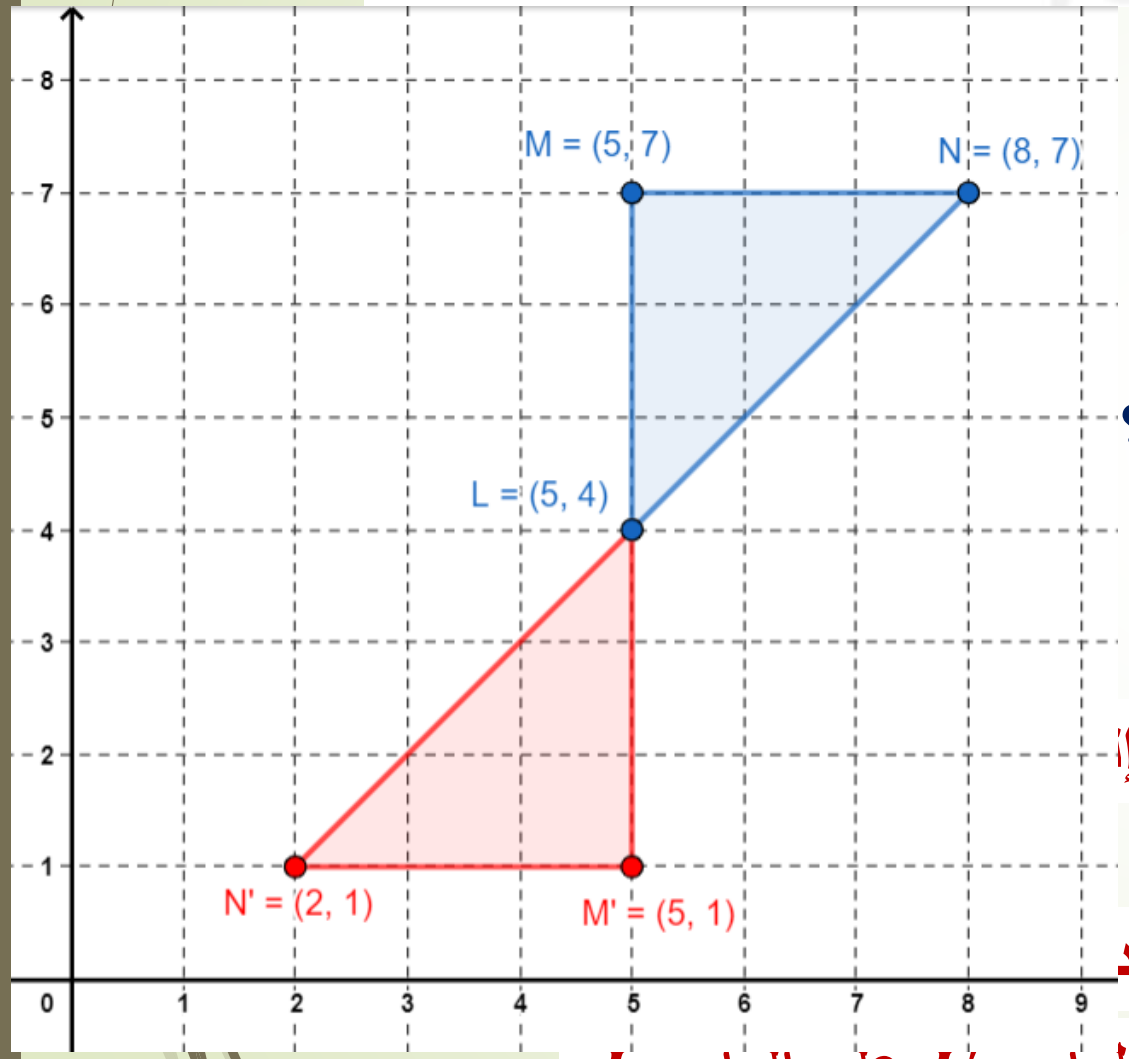
ملاحظة (2)

- الصورة الأصلية و صورتها متطابقتان .

مثال

1. يمثل المثلث LMN الذي رؤوسه $L(5, 4)$ و $M(5, 7)$ و $N(8, 7)$ منضدةً في غرفة نوم إبراهيم. وهو يريد تدوير المنضدة بزاوية $180°$ حول الرأس L. مثل الشكل وصورته بيانيًا. ثمّ حدد إحداثيات الرؤوس الخاصة بالمثلث $\triangle L'M'N'$.

صفحة 476



مثل الشكل بيانيًا

حول أي نقطة ندور الشكل ؟ النقطة L

صِف الرأس M بالنسبة للرأس L .

الرأس M أعلى الرأس L بثلاث وحدات.

كم ستكون المسافة من الرأس L إلى الرأس M' بعد الدوران ؟

ستكون الرأس M' على مسافة 3 وحدات لأسفل الرأس L.

صِف الرأس N بالنسبة للرأس L .

تقع الرأس N على بعد 3 وحدات أعلى الرأس L و 3 وحدات إ

كم ستكون المسافة من الرأس L إلى الرأس N' بعد الدوران ؟

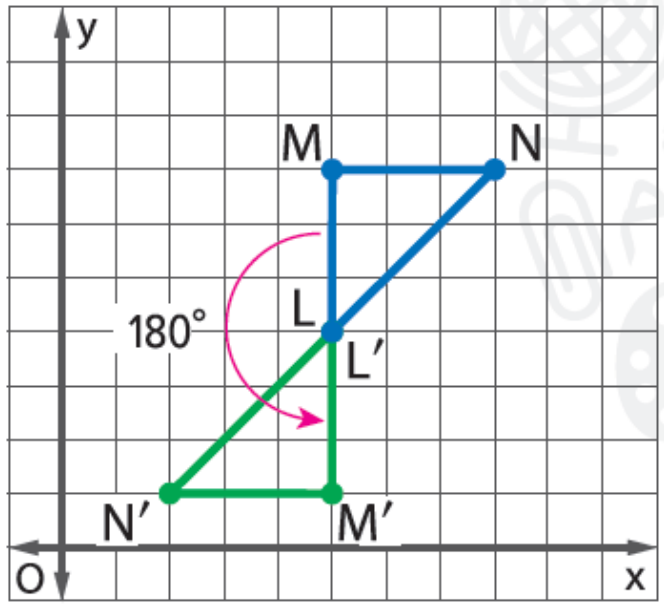
ستكون الرأس N' على بعد 3 وحدات أسفل الرأس L و 3 وحد

بعد الدوران أين سيكون الرأس L' بالنسبة للرأس L ؟ ينطبق الراس L' على الراس L

صفحة 476

مثال

1. يمثل المثلث LMN الذي رؤوسه $L(5, 4)$ و $M(5, 7)$ و $N(8, 7)$ منضدةً في غرفة نوم إبراهيم. وهو يريد تدوير المنضدة بزاوية $180°$ حول الرأس L. مثل الشكل وصورته بيانيًا. ثمّ حدد إحداثيات الرؤوس الخاصة بالمثلث $\triangle L'M'N'$.



الخطوة 1 مثّل المثلث الأصلي بيانيًا.

الخطوة 2 مثّل الصورة المدوّرة. واستخدم منقلةً لقياس زاويةٍ تساوي $180°$ بحيث تكون M نقطةً على الشعاع و L الرأس. حدّد نقطةً تقع على بعدٍ يساوي $\overline{ML}$. سَمِّ هذه النقطة M' كما هو موضح.

الخطوة 3 كرر الخطوة 2 بالنسبة للنقطة N. بما أن L هي النقطة التي يتم عندها تدوير المثلث $\triangle LMN$ ، فسيكون للنقطة L' موضع النقطة L نفسه.

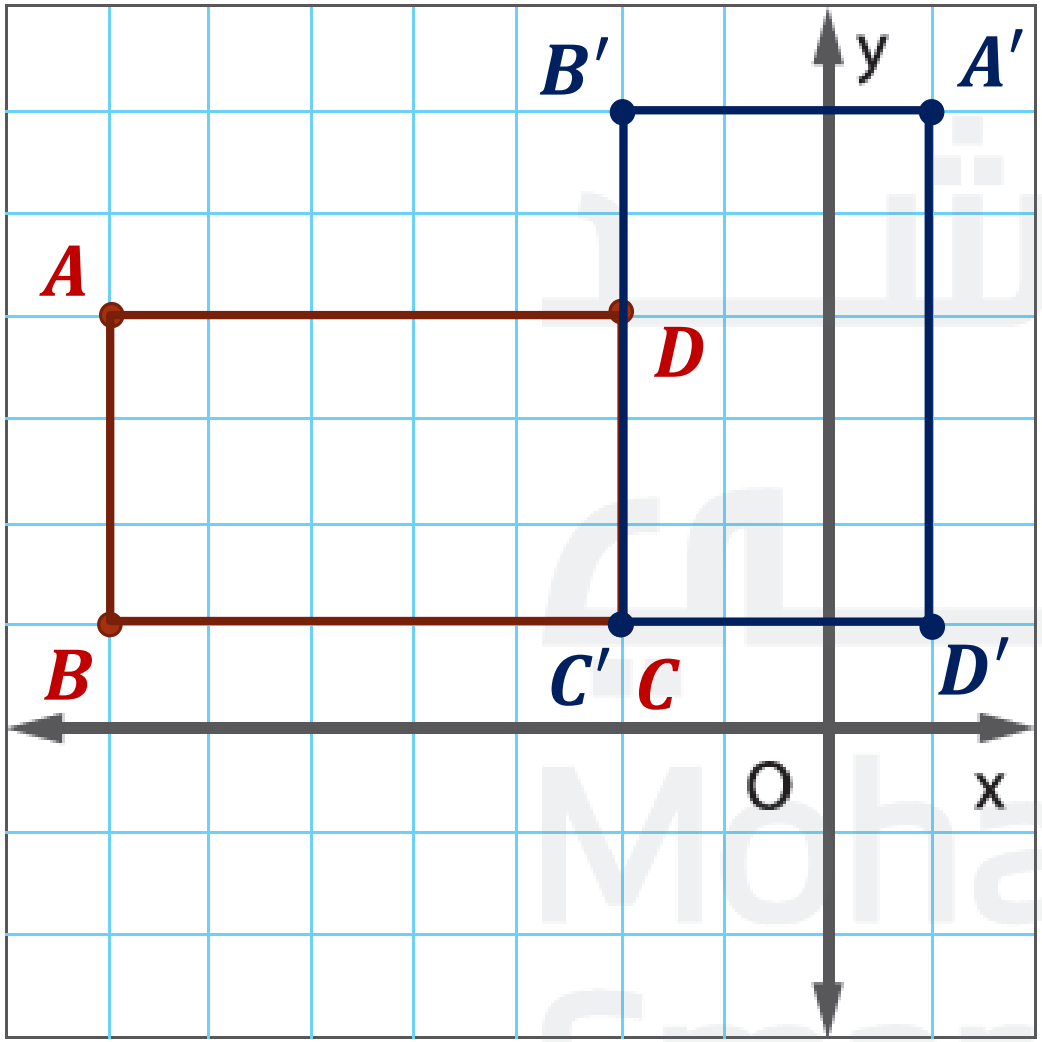
إذًا، إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle L'M'N'$ هي النقاط $L'(5, 4)$ و $M'(5, 1)$ و $N'(2, 1)$.

صفحة 476

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. يمثل المستطيل $ABCD$ ذو الرؤوس $A(-7, 4)$ و $B(-7, 1)$ و $C(-2, 1)$ و $D(-2, 4)$ السرير في غرفة نوم إبراهيم. مثّل الشكل وصورته بيانيًا بعد الدوران بزاوية $90°$ حول الرأس C باتجاه عقارب الساعة. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المستطيل $A'B'C'D'$.

مثل الشكل بيانيًا



الدوران باتجاه عقارب الساعة (دوران لليمين) حول النقطة C

النقطة C تبقى ثابته و C' تنطبق على C

النقطة D' ستكون على بعد 3 وحدات إلى اليمين بالنسبة لـ C

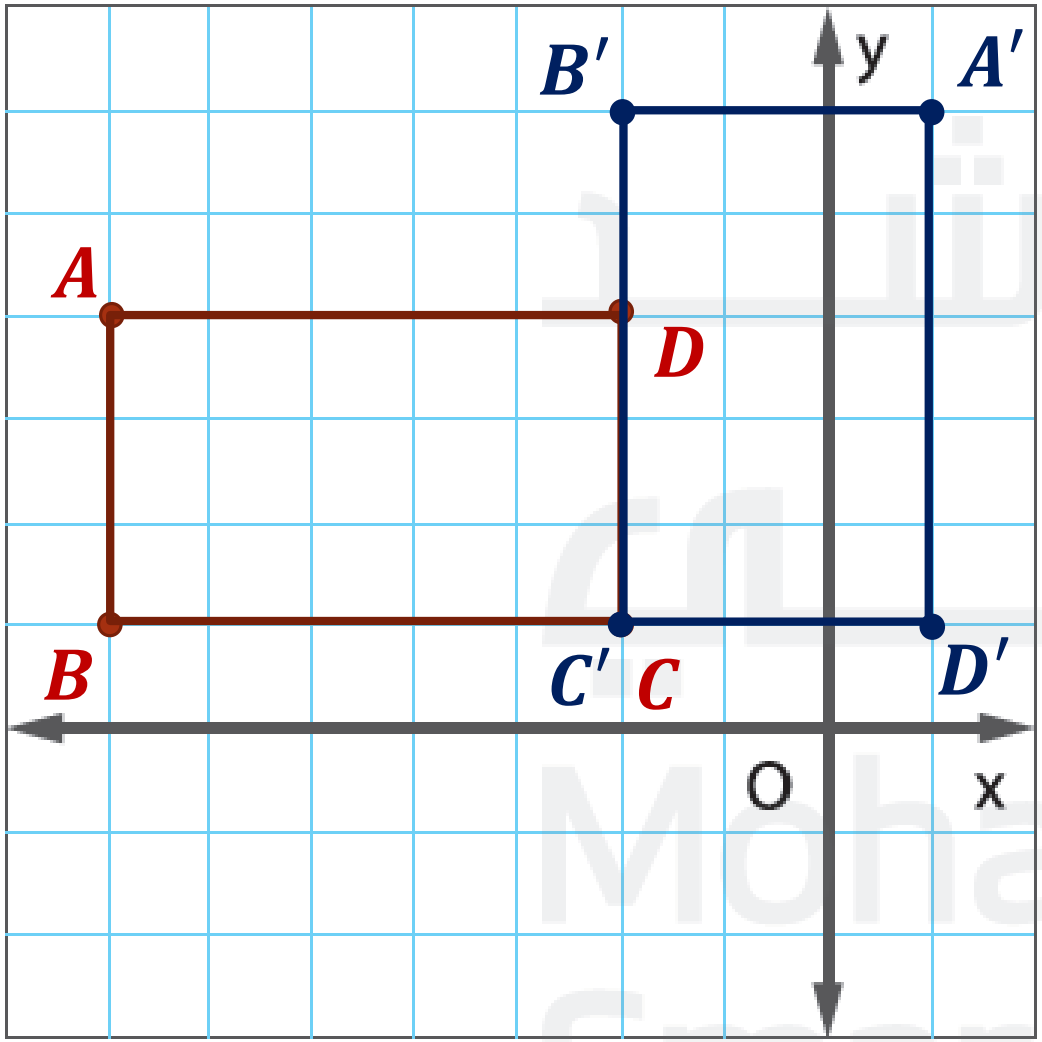
النقطة B' ستكون على بعد 5 وحدات إلى الأعلى بالنسبة لـ C

النقطة A' يمكن رسم النقطة A' لتكمل الشكل (المستطيل)

صفحة 476

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. يمثل المستطيل $ABCD$ ذو الرؤوس $A(-7, 4)$ و $B(-7, 1)$ و $C(-2, 1)$ و $D(-2, 4)$ السرير في غرفة نوم إبراهيم. مثّل الشكل وصورته بيانيًا بعد الدوران بزاوية $90°$ حول الرأس C باتجاه عقارب الساعة. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المستطيل $A'B'C'D'$.



إحداثيات الصورة

$A'(1, 6)$ $B'(-2, 6)$

$C'(-2, 1)$ $D'(1, 1)$

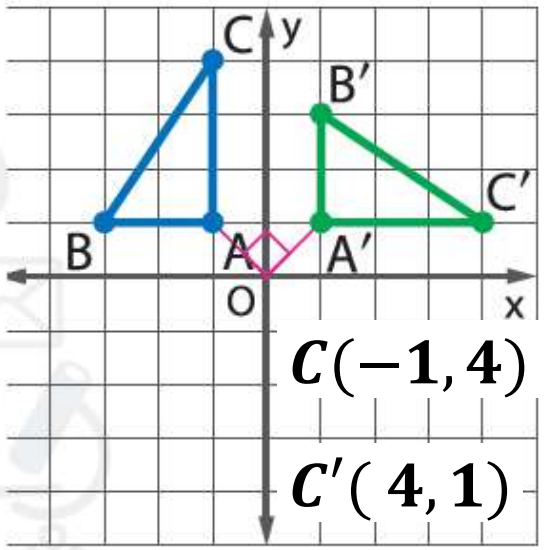
المفهوم الأساسي

عمليات الدوران حول نقطة الأصل

صفحة 477

عمليات الدوران الموضحة هي عمليات دوران باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

دوران بزاوية 90°



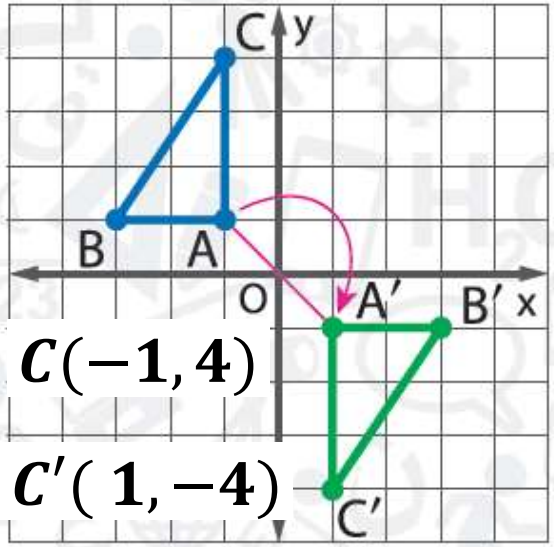
$C(-1,4)$

$C'(4,1)$

نبدل موقعي الإحداثيين x و y
ونأخذ معكوس الإحداثي x
و يبقى الإحداثي y ثابت

$$(x,y) \rightarrow (y,-x)$$

دوران بزاوية 180°



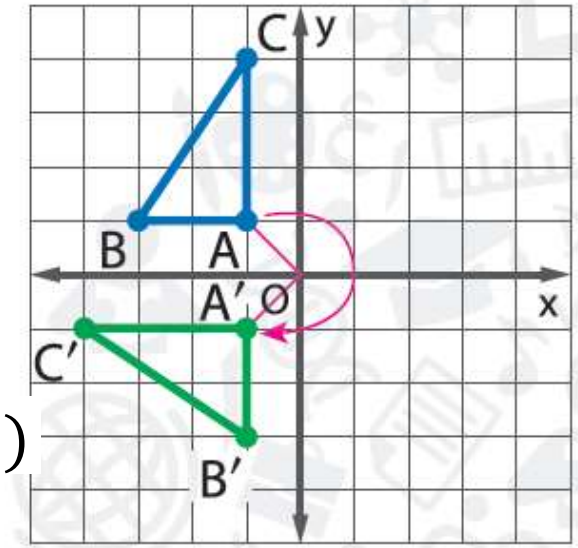
$C(-1,4)$

$C'(1,-4)$

لا نبدل موقعي الإحداثيين
نأخذ معكوس الإحداثي x
و نأخذ معكوس الإحداثي y

$$(x,y) \rightarrow (-x,-y)$$

دوران بزاوية 270°



$C(-1,4)$

$C'(-4,-1)$

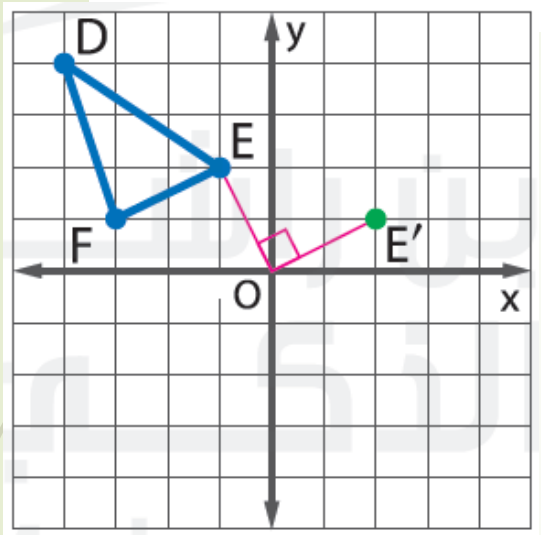
نبدل موقعي الإحداثيين x و y
ويبقى الإحداثي x ثابت
و نأخذ معكوس الإحداثي y

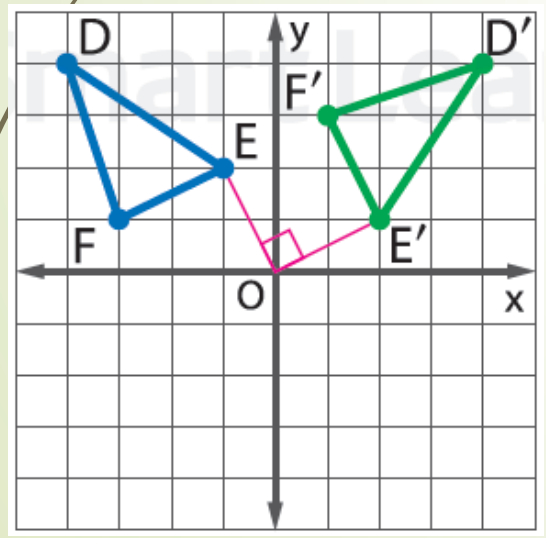
$$(x,y) \rightarrow (-y,x)$$

صفحة 477

مثال

2. للمثلث DEF الرؤوس $D(-4, 4)$ و $E(-1, 2)$ و $F(-3, 1)$. مثّل الشكل وصورته بعد الدوران بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle D'E'F'$.





الخطوة 1 مثّل المثلث $\triangle DEF$ على مستوى إحداثي.

الخطوة 2 ارسم القطعة المستقيمة $\overline{EO}$ مع وصل النقطة E إلى نقطة الأصل. وارسم قطعةً مستقيمةً أخرى $\overline{E'O}$، بحيث يكون قياس الزاوية بين النقاط E و O و E' يساوي $90°$ ويكون طول القطعة المستقيمة مساوٍ لطول القطعة المستقيمة $\overline{EO}$.

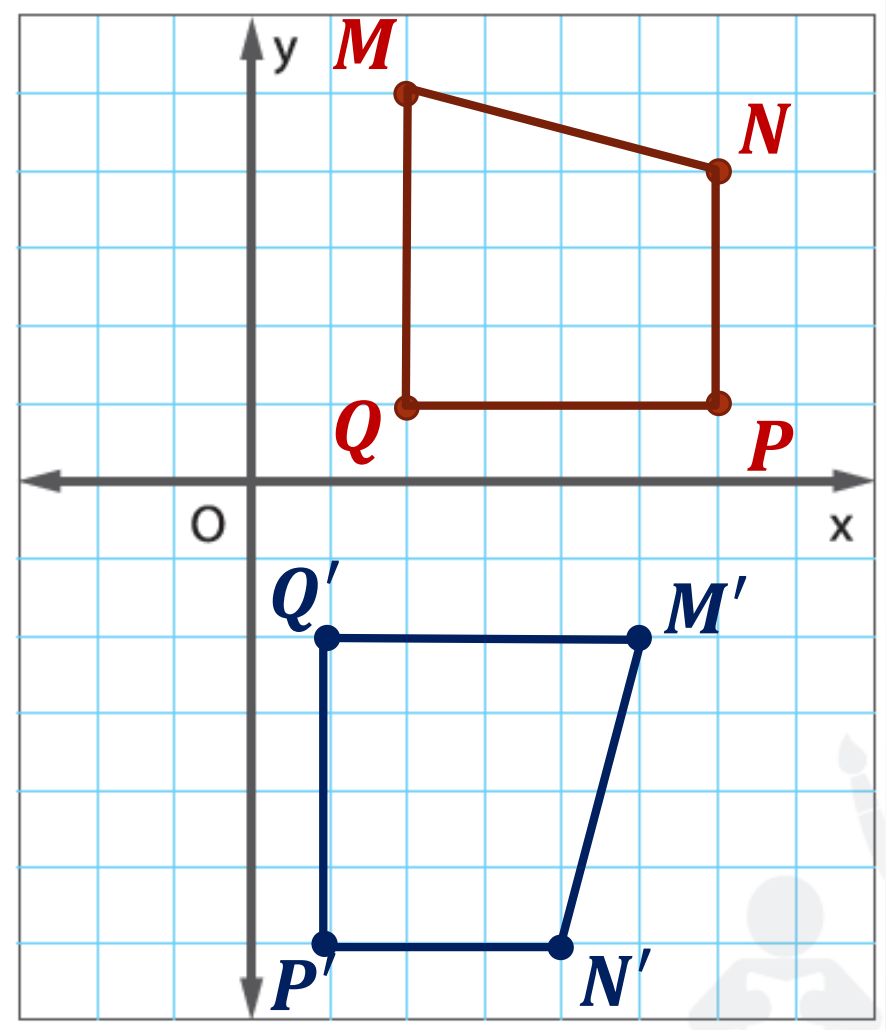
الخطوة 3 كرر الخطوة 2 بالنسبة للنقطتين D و F. ثم صِل الرؤوس لتشكل المثلث $\triangle D'E'F'$.

إذًا، إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle D'E'F'$ هي $D'(4, 4)$ و $E'(2, 1)$ و $F'(1, 3)$.

صفحة 478

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. لرباعي الأضلاع $MNPQ$ الرؤوس $M(2, 5)$ و $N(6, 4)$ و $P(6, 1)$ و $Q(2, 1)$. مثّل الشكل وصورته بيانيًا بعد الدوران بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس رباعي الأضلاع $M'N'P'Q'$.



$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

$$M(2, 5) \longrightarrow M'(5, -2)$$

$$N(6, 4) \longrightarrow N'(4, -6)$$

$$P(6, 1) \longrightarrow P'(1, -6)$$

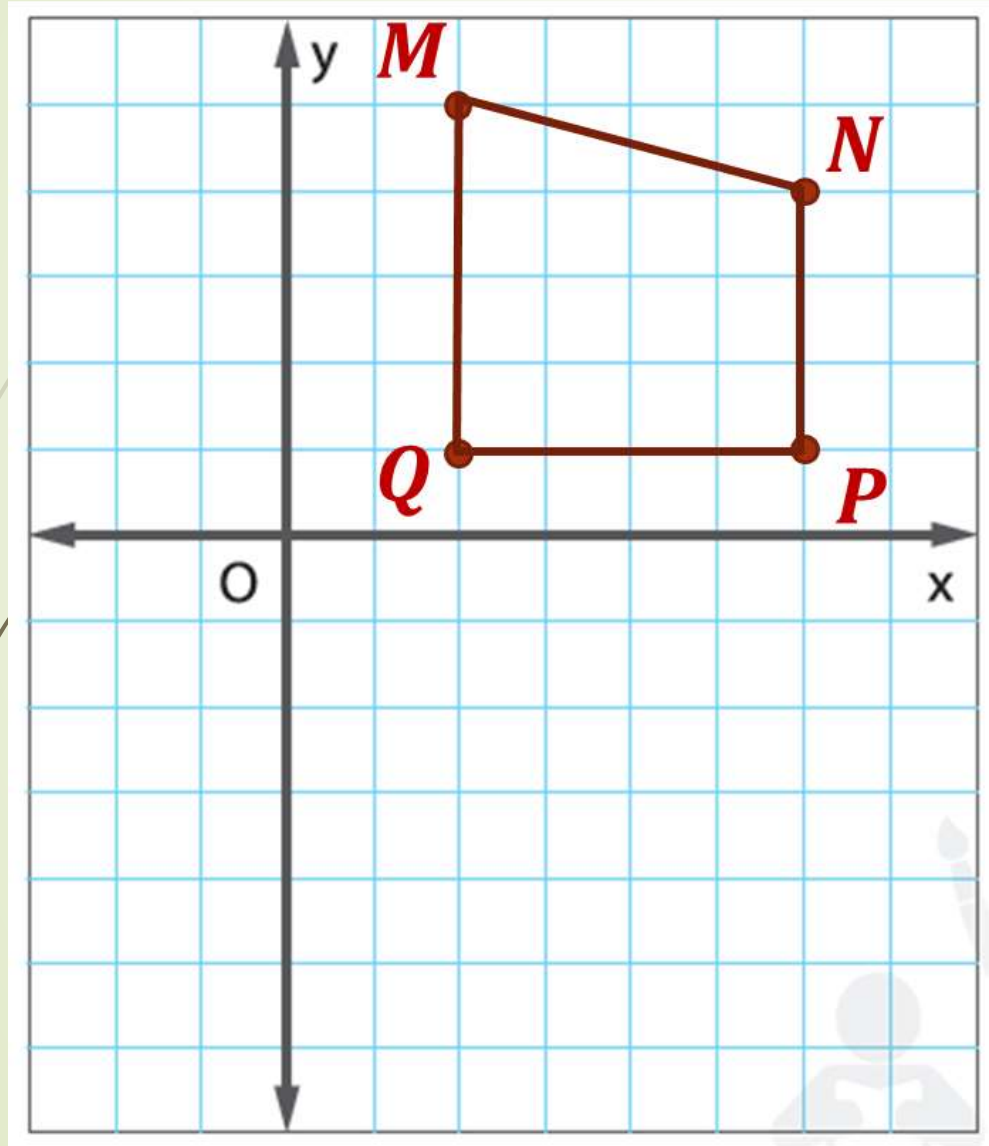
$$Q(2, 1) \longrightarrow Q'(1, -2)$$

مثل بيانيًا نقاط الصورة

صفحة 478

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

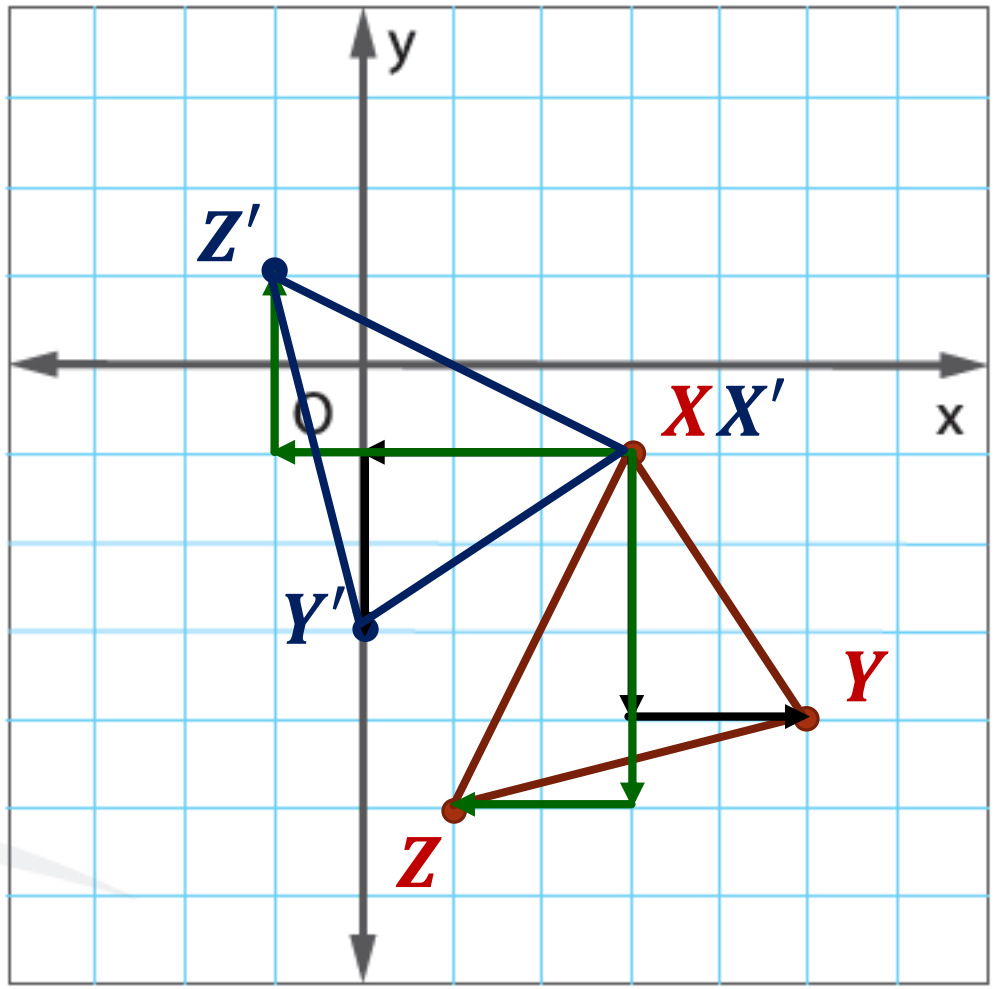
b. لرباعي الأضلاع $MNPQ$ الرؤوس $M(2, 5)$ و $N(6, 4)$ و $P(6, 1)$ و $Q(2, 1)$. مثّل الشكل وصورته بيانيًا بعد الدوران بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس رباعي الأضلاع $M'N'P'Q'$.



تمرين موجّه

صفحة 478

للمثلث XYZ الرؤوس $X(3, -1)$ و $Y(5, -4)$ و $Z(1, -5)$. مثّل بيانيًا المثلث $\triangle XYZ$ وصورته بعد الدوران. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المثلث $X'Y'Z'$. (المثالان 1 و 2)



1. دوران بزاوية $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول الرأس X

الدوران $270°$ عكس عقارب الساعة

يعني : دوران $90°$ مع عقارب الساعة

النقطة X تبقى ثابته و X' تنطبق على X

النقطة Y' ستكون على بعد 3 وحدات إلى اليسار بالنسبة لـ X و 2 وحدة للأسفل

النقطة Z' ستكون على بعد 4 وحدات إلى اليسار بالنسبة لـ X و 3 وحدة للأعلى

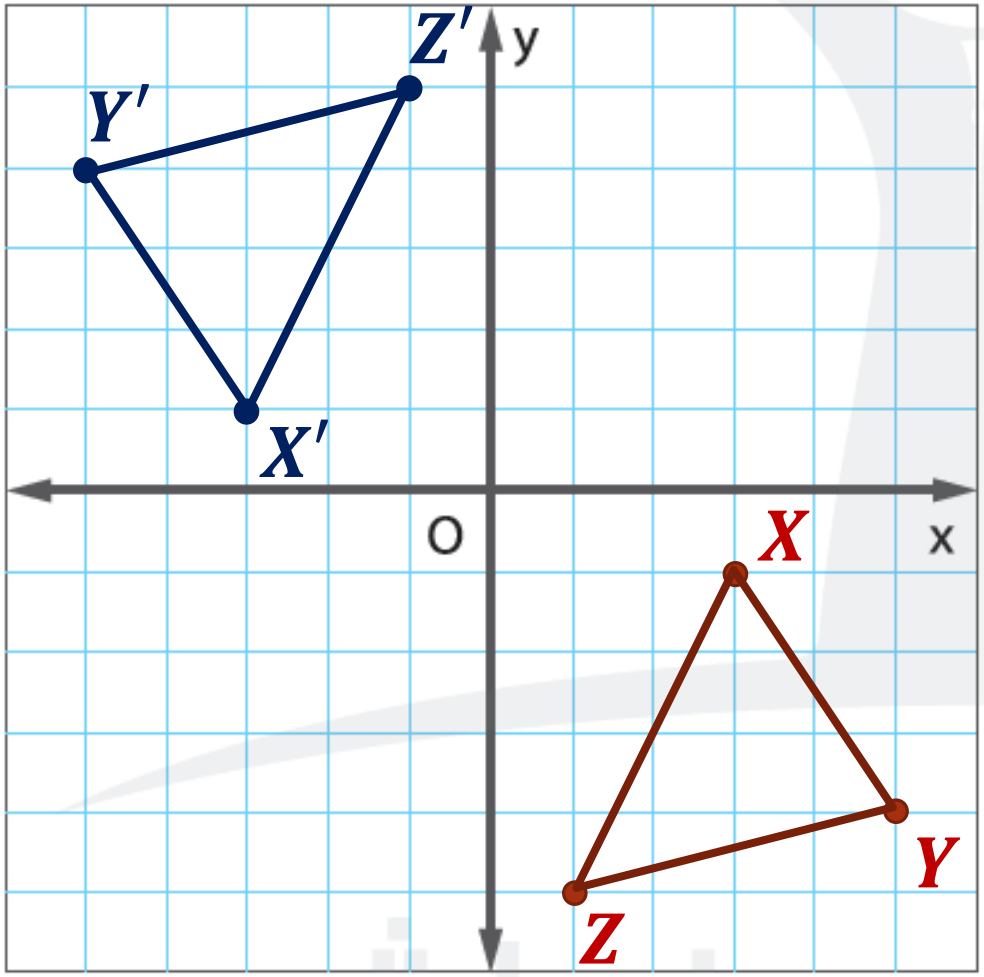
إحداثيات رؤوس المثلث $X'Y'Z'$

$X'(3, -1)$ $Y'(0, -3)$ $Z'(-1, 1)$

تمرين موجّه

صفحة 478

للمثلث XYZ الرؤوس $X(3, -1)$ و $Y(5, -4)$ و $Z(1, -5)$. مثّل بيانيًا المثلث $\triangle XYZ$ وصورته بعد الدوران. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المثلث $X'Y'Z'$. (المثالان 1 و 2)



2. دوران بزاوية $180°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$X(3, -1) \longrightarrow X'(-3, 1)$$

$$Y(5, -4) \longrightarrow Y'(-5, 4)$$

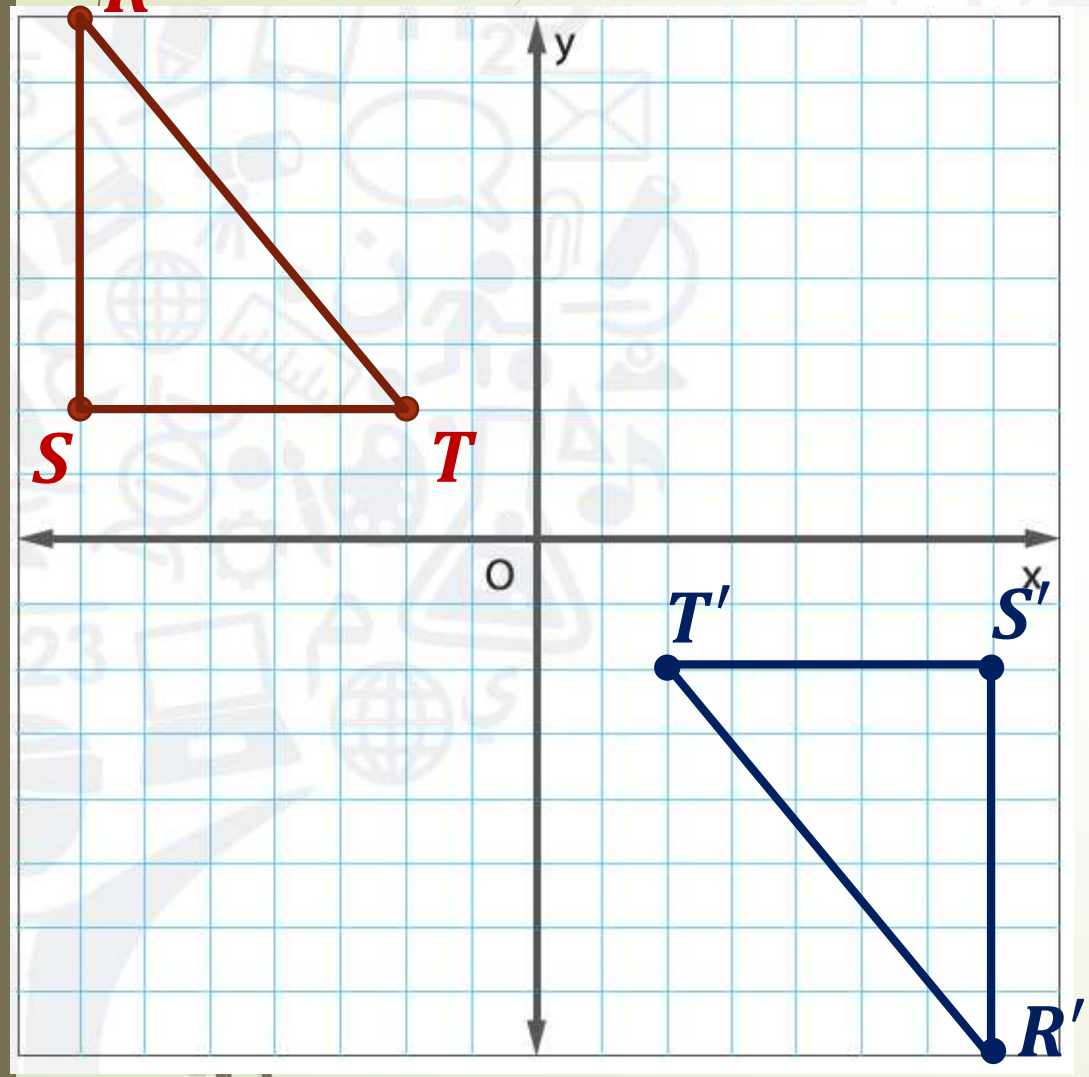
$$Z(1, -5) \longrightarrow Z'(-1, 5)$$

تمارين ذاتية

1 يمثل المثلث RST موضع الدراجة ثلاثية العجلات على الدرب وله الرؤوس $R(-7, 8)$ و $S(-7, 2)$ و $T(-2, 2)$.

مثّل الشكل البياني وصورته المدوّرة بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المثلث $R'S'T'$. (مثال 2)

صفحة 479



$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$R(-7, 8) \longrightarrow R'(7, -8)$$

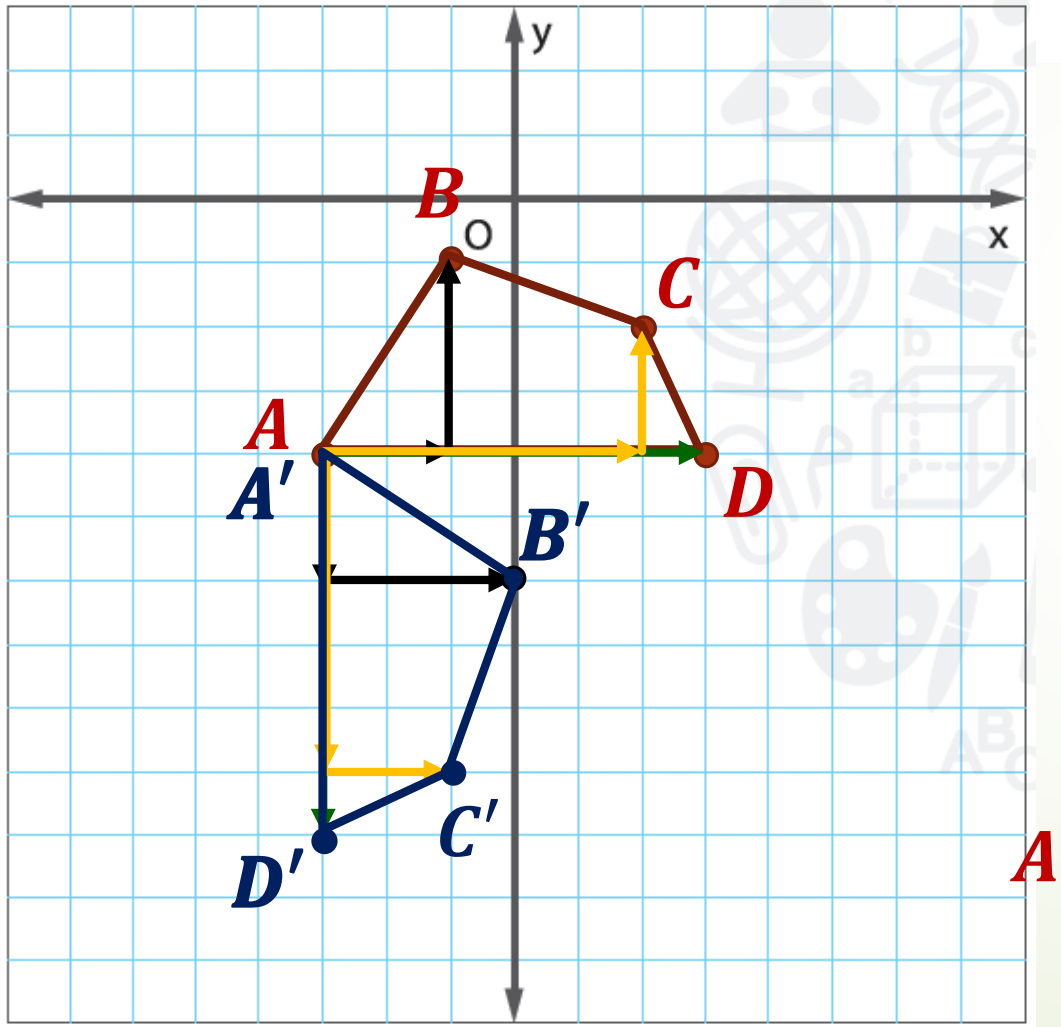
$$S(-7, 2) \longrightarrow S'(7, -2)$$

$$T(-2, 2) \longrightarrow T'(2, -2)$$

تمارين ذاتية

2. تقع رؤوس رباعي الأضلاع $ABCD$ عند النقاط $A(-3, -4)$ و $B(-1, -1)$ و $C(2, -2)$ و $D(3, -4)$.

مثّل رباعي الأضلاع $ABCD$ وصورته بعد الدوران بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة وحول الرأس A بيانيًا. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس الصورة. (مثال 1)



النقطة A تبقى ثابته و A' تنطبق على A

النقطة D' ستكون على بعد 6 وحدات إلى الأسفل بالنسبة لـ A

النقطة B' ستكون على بعد 2 وحدة إلى الأسفل بالنسبة لـ A و 3 لليمين بالنسبة لـ A

النقطة C' ستكون على بعد 5 وحدات إلى الأسفل بالنسبة لـ A و 2 لليمين بالنسبة لـ A

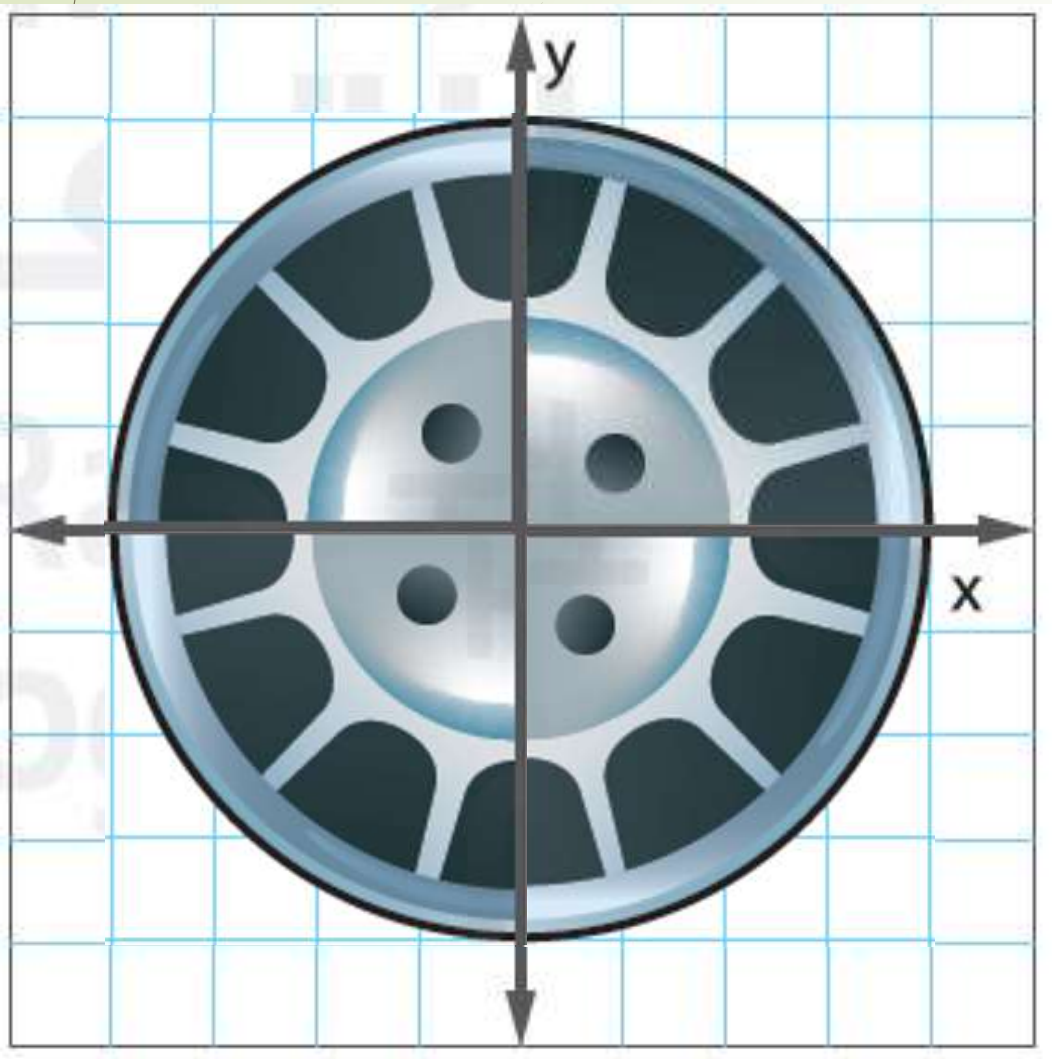
إحداثيات رؤوس الصورة

$A'(-3,-4)$ $B'(0,6)$ $C'(-1,-9)$ $D'(-3,-10)$

تمارين ذاتية

صفحة 479

3. م.د. **استخدام نماذج الرياضيات** يوضح الشكل جزءًا من غطاء إطار سيارة. انسخ الشكل ودوّره بحيث تحصل على غطاء كاملٍ لإطار السيارة يتمتع بتماثلٍ دورانيٍ عند زوايا الدوران 90° و 180° و 270°.



أولًا : دوران 90° مع عقارب الساعة

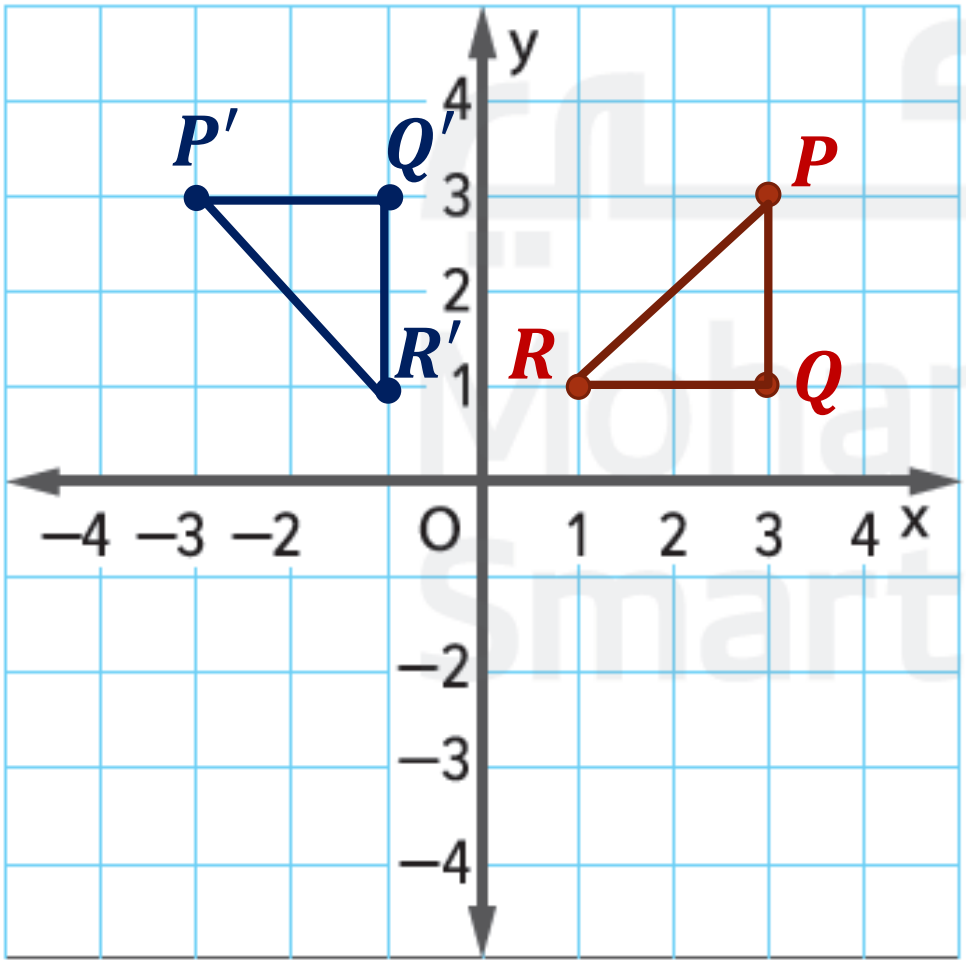
ثانياً : دوران 180° مع عقارب الساعة

ثالثاً : دوران 270° مع عقارب الساعة

تمارين ذاتية

صفحة 479

4. للمثلث القائم متساوي الساقين PQR الرؤوس $P(3, 3)$ و $Q(3, 1)$ و $R(x, y)$ وهو يدوّر بزاوية $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل أوجد الرأس الناقص للمثلث. ثمّ مثّله وصورته بيانيًا.



توجد عدّة احتمالات للنقطة R مثلاً $R(1,1)$

عندها المثلث PQR قائم في Q

الدوران $90°$ عكس عقارب الساعة حول نقطة الأصل

يعني : دوران $270°$ مع عقارب الساعة

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

$$P(3,3) \longrightarrow P'(-3,3)$$

$$Q(3,1) \longrightarrow Q'(-1,3)$$

$$R(1,1) \longrightarrow R'(-1,1)$$

تمارين ذاتية

صفحة 480

5 ما هي الحروف الكبيرة التي لا تتغير في كلمة SOSCELES بعد دورانها بزاوية 180° في مستوى الصفحة؟ _____

S O

12. م.ر. **تحديد البنية** حدّد إن كان كل تحويلٍ *إزاحةً* أو *انعكاسًا* أو *دورانًا*.

a.

b.

c.

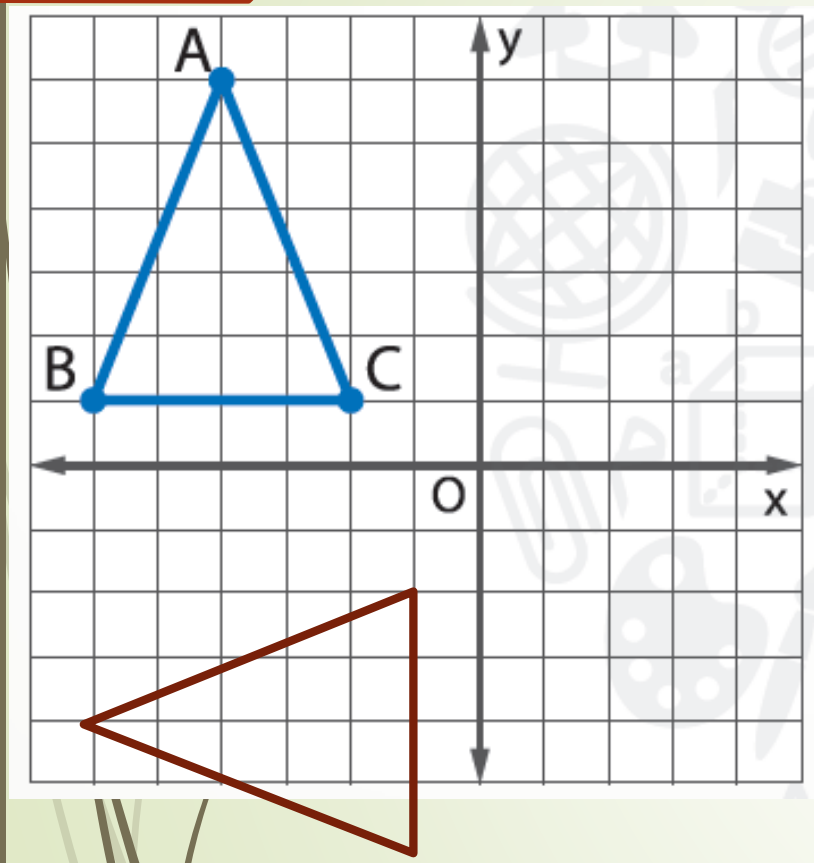
انعكاس

إزاحة

دوران

انطلق ! تمرين على الاختبار

صفحة 482



17. يدوّر المثلث ABC بزاوية 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. حدّد إن كانت كل عبارة مما يلي صحيحةً أوخاطئة.

a. صورة النقطة A هي $A'(-6, 4)$. ☐ صحيحة ■ خاطئة

b. صورة النقطة B هي $B'(-1, -6)$. ■ صحيحة ☐ خاطئة

c. صورة النقطة C هي $C'(-1, -2)$. ■ صحيحة ☐ خاطئة

الدوران 90° عكس عقارب الساعة حول نقطة الأصل

يعني : دوران 270° مع عقارب الساعة

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

$$A(-4, 6) \longrightarrow A'(-6, -4)$$

$$B(-6, 1) \longrightarrow B'(-1, -6)$$

$$C(-2, 1) \longrightarrow C'(-1, -2)$$

https://www.geogebra.org/m/hMNc4eES